

# Асимптотичне інтегрування однієї системи різницевих рівнянь із малим параметром

Скутар І.Д., Бігун Я.Й.

Чернівецький національний університет  
імені Юрія Федьковича, Україна

Розглянемо систему різницевих рівнянь з малим параметром вигляду

$$u_{n+1} = A_0(n)u_n + A_1(n)v_n, \quad (1)$$

$$\varepsilon v_{n+1} = (B(n) + \varepsilon B_1(n))v_n + \varepsilon B_2(n)u_n, \quad (2)$$

де  $u_n \in R^p, v_n \in R^2, A_0(n), A_1(n), B(n), B_1(n), B_2(n)$  - матричні функції, визначені для  $n = 0, 1, 2, \dots$ ;  $\varepsilon$  - малий параметр,

$$B(n) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ n & 0 \end{pmatrix}.$$

У праці [1] запропоновано асимптотичний метод інтегрування систем лінійних диференціальних рівнянь із малим параметром при частині похідних. Цей метод для систем диференціальних рівнянь такого ж вигляду, але із коефіцієнтами, які залежать від малого параметра, розвинуто у статті [2].

У даній роботі для системи різницевих рівнянь (1), (2) побудовано перетворення, що зводить цю систему до простішого вигляду

$$u_{n+1} = u_n + C(\varepsilon)v_n, \quad (3)$$

$$\varepsilon v_{n+1} = \varepsilon D(\varepsilon)u_n + (B(n) + \varepsilon I)v_n. \quad (4)$$

Матриці  $C(\varepsilon)$  і  $D(\varepsilon)$  знайдені у вигляді формальних асимптотичних рядів

$$C(\varepsilon) = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i C_i, \quad C_i = \begin{pmatrix} 0 & c_{i1} \\ \vdots & \vdots \\ 0 & c_{ip} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$D(\varepsilon) = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i D_i, \quad D_i = \begin{pmatrix} d_{i1} & \dots & d_{ip} \\ 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Побудоване перетворення знайдено за допомогою матриці заміни  $\Phi(n, \varepsilon)$  порядку  $p+2$ , яка має вигляд

$$\Phi(n, \varepsilon) = \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i Q_i & \sum_{i=1}^{\infty} \varepsilon^i R_i \\ \sum_{i=1}^{\infty} \varepsilon^i P_i & \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i S_i \end{pmatrix}.$$

Для цієї матриці отримане рівняння

$$\begin{aligned} \Phi(n+1, \varepsilon) \begin{pmatrix} \varepsilon I & \varepsilon C(\varepsilon) \\ \varepsilon D(\varepsilon) & B(n) + \varepsilon I \end{pmatrix} = \\ = \begin{pmatrix} \varepsilon A_0(n) & \varepsilon A_1(n) \\ \varepsilon B_2(n) & B(n) + \varepsilon B_1(n) \end{pmatrix} \Phi(n, \varepsilon), \end{aligned}$$

з якого знайдено коефіцієнти  $C_i$ ,  $D_i$ , формальних розкладів (5), (6), і коефіцієнти  $Q_i$ ,  $R_i$ ,  $P_i$  і  $S_i$  матриці  $\Phi(n, \varepsilon)$ .

У роботі також запропоновано алгоритм побудови загального розв'язку систем (3), (4). Побудовано загальний розв'язок для системи (3), (4) при  $p=1$ .

1. Самойленко А.М. Об асимптотическом интегрировании одной системы линейных дифференциальных уравнений с малым параметром при части производных // Укр. матем. журн. – 2002. – 54, № 11. – С. 1505–1516.

2. Скутар І. Д. Зведення однієї системи лінійних диференціальних рівнянь з малим параметром до простішого вигляду. // Науковий вісник Чернівецького університету: Збірник наук. праць. Математика. – 2005. – Вип. 239. – С. 112–117.

e-mail: ihor27@gmail.com